

## *Xроника*

### Юрий Ахметович Аминов (к семидесятилетию со дня рождения)



16 августа 2012 года исполнилось 70 лет известному математику, профессору, доктору физико-математических наук Юрию Ахметовичу Аминову, заведующему отделом геометрии Физико-технического института низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины.

Ю.А. Аминов учился с 1959 по 1964 на механико-математическом факультете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Лекции на его курсе читали выдающиеся ученые М.М. Постников, В.Г. Болтянский, И.Р. Шафаревич, П.К. Рашевский, Н.В. Ефимов, О.А. Олейник, Г.Е. Шилов, Б.В. Шабат, В.В. Румянцев, К.А. Рыбников. Особый интерес у Ю.А. вызывал геометрический семинар, руководимый Н.В. Ефимовым, одним из создателей отечественной школы геометрии "в целом". В 1965 году Юрий Ахметович поступил в аспирантуру, где под руководством Н.В. Ефимова подготовил и в 1968 году успешно защитил кандидатскую диссертацию, посвященную вопросам влияния кривизны поверхностей и векторных полей на размеры области их существования.

В том же 1968 году Ю.А. Аминов переехал в Харьков, и с тех пор вот уже более 40 лет его научная трудовая биография неразрывно связана с отделом геометрии ФТИНТ, где он прошел путь от младшего научного сотрудника до заведующего отделом. В 1984 году Ю.А. Аминов защитил докторскую диссертацию, посвященную геометрии многомерных подмногообразий. В 1989 году ему было присуждено звание профессора. С 2000 года он является руководителем отдела геометрии ФТИНТ, который был создан и долгие годы бессменно возглавлялся академиком Алексеем Васильевичем Погореловым.

Научные интересы Ю.А. Аминова охватывают широкий спектр проблем современной дифференциальной геометрии и ее приложений. Первые научные работы Ю.А. связаны с обобщением оценочной теоремы Н.В. Ефимова на гиперповерхности евклидова пространства, заданные в явном виде. Для этого он получил обобщение формулы С.Н. Бернштейна, связанное с  $m$ -ой симметрической функцией главных кривизны, с помощью которого, используя метод Хайнца, установил оценку сверху для размеров области, над которой может существовать гиперповерхность. Заметим, что обобщение упомянутой теоремы Н.В. Ефимова в случае  $m = 2$  получил в 1965 г. С.С. Черн.

Под влиянием Н.В. Ефимова Ю.А. Аминов рассмотрел и геометрические свойства векторных полей и семейств поверхностей. Им были доказаны теоремы, посвященные описанию влияния кривизны векторного поля, его неголомонности и других инвариантов на размеры области существования этого поля, найдены интегральные соотношения, связывающие поведение векторного поля в трехмерной области со сферическим образом границы, обобщена формула Гаусса–Бонне на случай векторных полей в  $n$ -мерном евклидовом пространстве. Полученные результаты вошли в монографию Ю.А. Аминова "Геометрия векторного поля", сегодня они находят соответствующую интерпретацию вместе с далеко идущими обобщениями в рамках, например, топологии и геометрии слоений римановых многообразий.

Другое направление исследований Ю.А. связано с доказательством формулы С.Н. Бернштейна для функций, определенных на двумерном регулярном римановом многообразии. В 1968 г. Ю.Д. Бураго установил эффект "несжимаемости" искривленной поверхности: радиус шара, содержащего кусок поверхности определенных размеров, оценивается снизу через гауссову кривизну поверхности. Метод Ю.Д. Бураго основывался на приближении многогранными поверхностями и был довольно трудным. Ю.А. использовал известное уравнение Дарбу для квадрата длины радиуса-вектора и установил интегральные формулы, которые позволили дать некоторые оценки типа Ю.Д. Бураго более простым способом. Обобщив уравнение Дарбу на гиперповерхности, Ю.А. получил совершенно новые оценки снизу для внешнего диаметра гиперповерхности через ее кривизну Риччи. Эти оценки вошли в монографию Ю.Д. Бураго и В.А. Залгаллера "Геометрические неравенства"

(1980 г.), в дальнейшем они обобщались в работах таких известных геометров, как Ю.Д. Бураго, Ф. Ксавье, Л. Йорге, Д. Кутруфиотис и других.

Отметим, что для подмногообразий оценка внешнего диаметра требует и ограничений на вектор средней кривизны. Отсюда, в частности, вытекает, что для двумерных минимальных поверхностей с ограниченной снизу гауссовой кривизной и для многомерных минимальных подмногообразий с кривизной Риччи, стремящейся к нулю на бесконечности во внутреннем смысле, имеет место неограниченность подмногообразий в пространстве. Таким образом, результаты Ю.А. давали частичное подтверждение гипотезы С.С. Черна о неограниченности полных минимальных подмногообразий евклидова пространства, при этом условие на кривизну Риччи является существенным, так как в общем случае гипотеза С.С. Черна неверна, она была опровергнута в 1996 году в работах Н. Надирашвили.

Не менее важной стала и доказанная Ю.А. теорема о неустойчивости двумерной минимальной поверхности, гомеоморфной сфере, в полном односвязном  $n$ -мерном римановом пространстве с ограниченной секционной кривизной  $1/4 < K \leq 1$ . Этот результат "в целом" был получен в связи с известной открытой проблемой Х. Хопфа о кривизне метрики на многообразии  $S^2 \times S^2$ , в последующем он неоднократно цитировался и использовался в работах М. до Кармо, Дж. Мура, Д. Микалеффа, А.Т. Фоменко и др., в частности при обобщении классической "теоремы о сфере".

В дальнейшем основное внимание Ю.А. было обращено к дифференциальной геометрии многомерных подмногообразий, обобщающей классическую теорию поверхностей и имеющей важные применения во многих областях современной математики и математической физики.

Значительный вклад внес Ю.А. Аминов в развитие современной теории псевдосферических подмногообразий и соответствующих им изометрических погружений областей пространства Лобачевского в евклидово пространство. Основным побудительным мотивом к развитию этого направления стала не решенная до сих пор задача о многомерном обобщении знаменитой теоремы Гильберта, утверждающей невозможность регулярного погружения полной плоскости Лобачевского в трехмерное евклидово пространство. Отправной точкой оригинальных исследований Ю.А. в этой области стало нахождение им системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, обобщающей классическое уравнение синус-Гордона и описывающей изометрические погружения областей  $n$ -мерного пространства Лобачевского в  $(2n-1)$ -мерное евклидово пространство (1977 г.). Несколько позже аналогичная система рассматривалась в работах К. Тененблата и Ч.-Л. Тернга, где для нее были найдены преобразования типа Беклунда, что позволило построить эффективный пример многомерной интегрируемой системы. В работах Ю.А. указанная система, обозначенная им "LE" (Лобачевский–Евклид), подробно

изучалась с точки зрения разрешимости (существования и единственности решений) как при общих, так и при некоторых специальных дополнительных предположениях. Удивительными и эффектными выглядят открытые Ю.А. неожиданные тесные взаимосвязи решений системы "LE" при  $n = 3$  с задачей о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки в центральном поле тяготения, а при  $n = 4$  — с калибровочными полями, удовлетворяющими уравнениям типа Максвелла в теории электромагнитных полей. Ставшие классическими многочисленные результаты Ю.А. Аминова в этом направлении неоднократно цитировались и применялись в работах таких геометров, как К. Тененблат, Ф. Гриффитс, Г. Йенсен, Ю.А. Николаевский, М. Дайчер, Р. Топшеро, Е. Ферапонтов. В последние годы они нашли эффектную интерпретацию и развитие в рамках современной теории интегрируемых систем (совместные работы Ю.А. с польскими математиками Я. Чешлинским и А. Сымом). В частности, Ю.А. Аминовым и А. Сымом были заложены основы актуальной проблематики геометрического и аналитического обобщения теории  $n$ -мерных псевдосферических подмногообразий в  $(2n-1)$ -мерных пространствах постоянной кривизны и их преобразований Бианки–Беклунда на случай подмногообразий с произвольным соотношением размерности и коразмерности.

Ю.А. Аминов является одним из первых среди отечественных ученых, занявшихся изучением грассманова образа подмногообразия — важного геометрического объекта, обобщающего классическое понятие гауссова образа и отражающего содержательные геометрические свойства подмногообразий в евклидовом пространстве. Работы Ю.А. и его учеников в данной области в основном связаны с задачей восстановления подмногообразия по его заранее заданному грассманову образу. Так, им были найдены условия, необходимые и достаточные для того, чтобы наперед заданная поверхность (или кривая) в соответствующем многообразии Грассмана была грассмановым образом двумерной поверхности в многомерном ( $n \geq 4$ ) евклидовом пространстве. При решении этой задачи Ю.А. Аминовым была введена классификация точек грассманова образа в терминах кривизны многообразия Грассмана. Аналогичные задачи рассматривались известными американскими геометрами Д. Хоффманом, Р. Оссерманом, Дж. Вейнером, а в дальнейшем результаты Ю.А. обобщались в работах А.А. Борисенко, Ю.А. Николаевского, В.А. Горькавого и др. Несмотря на предпринятые усилия многих математиков, рассматриваемая задача восстановления в общей постановке все еще остается открытой, что свидетельствует о ее сложности и нетривиальности. Интерес к ней не пропадает и на сегодняшний день, что подтверждает недавняя работа Ю.А. Аминова, где дается полное решение задачи восстановления подмногообразия евклидова пространства по заранее заданному грассманову образу в случае явно заданных подмногообразий.

Не менее важное значение имеет и проведенное Ю.А. Аминовым детальное изучение свойств грассманова образа  $n$ -мерных псевдосферических подмногообразий в  $(2n - 1)$ -мерном евклидовом пространстве, что позволило ему доказать некоторые аналоги теоремы Гильберта при дополнительных предположениях на грассманов образ. Развитая Ю.А. методика нашла свое эффективное применение в работе Д.В. Болотова, где был доказан один из наиболее оптимальных из установленных на сегодня аналогов теоремы Гильберта:  $n$ -мерное пространство Лобачевского не допускает регулярного погружения "в целом" в  $(n + m)$ -мерное евклидово пространство в виде подмногообразия с плоской нормальной связностью и с ограниченным вектором средней кривизны, при любых  $n \geq 2$ ,  $m \geq n - 1$ .

Юрий Ахметович всегда стремится к расширению области своих научных интересов, привнося в развивающую тематику оригинальный подход. Здесь можно отметить работы Ю.А., посвященные изучению гауссова кручения двумерных поверхностей в четырехмерном евклидовом пространстве, анализу полиномиальной разрешимости уравнения Монжа–Ампера с полиномиальной правой частью, установлению связи линейчатых поверхностей с физикой движущегося электрона, геометрической интерпретации волновых функций элементарных частиц, и другие работы.

Научные результаты Ю.А. Аминова нашли отражение более чем в 100 его научных публикациях, среди которых монографии "Минимальные поверхности" (курс лекций), "Геометрия векторного поля", "Дифференциальная геометрия и топология кривых", "Геометрия подмногообразий" и их дополненные английские переводы "Geometry of Vector Fields", "Differential Geometry and Topology of Curves" и "Geometry of Submanifolds", а также "Теория поверхностей" (на польском языке) и "New Ideas in Differential Geometry" (на английском и португальском языках).

В 1966 году, будучи аспирантом МГУ, Ю.А. Аминов принял участие в работе проходившего в Москве Международного конгресса математиков. С тех пор на протяжении всей своей научной карьеры Ю.А. уделяет большое внимание апробации научных результатов, регулярно выступая с докладами на многочисленных международных геометрических семинарах и конференциях в Украине, России, Польше, Венгрии, Югославии, Бразилии, Канаде, Болгарии, Турции и др. Под руководством и при активном участии Ю.А. были организованы и проведены Международный семинар по геометрии, посвященный 85-летию со дня рождения А.В. Погорелова (Харьков, 2004) и Международная конференция "Геометрия, топология и их приложения", посвященная 90-летию со дня рождения А.В. Погорелова (Харьков, 2009), международные геометрические конференции (workshops) в Математическом центре им. С. Банаха (Варшава, 2000, 2001, 2004), в которых принимали участие многие авторитетные отечественные и зарубежные учёные. Кроме

того, Ю.А. неоднократно входил в оргкомитеты и других научных форумов, заботясь о высоком уровне их научной программы и содействуя должностному уровню их организации.

На протяжении более чем 30 лет Ю.А. Аминов преподавал (по совместительству) на кафедре геометрии Харьковского университета, читал общие и специальные курсы, руководил дипломниками и аспирантами.

Забочаясь о сохранении традиций харьковской геометрической школы, Юрий Ахметович прилагает большие усилия к воспитанию молодого поколения ученых, под его научным руководством защищены шесть кандидатских диссертаций во ФТИНТ и в ХНУ: кандидатами физ.-мат. наук стали Л.А. Масальцев, Талеб Гарибе, В.П. Горох, В.М. Савельев, В.А. Горькавый, О.А. Гончарова, впоследствии Л.А. Масальцев защитил также и докторскую диссертацию.

Подтверждением научного авторитета Ю.А. Аминова является его работа в составе редакционной коллегии "Журнала математической физики, анализа, геометрии", а также активное участие в деятельности специализированного совета по защите диссертаций Д 64.175.01 во ФТИНТ.

Научные, научно-организационные и педагогические достижения Ю.А. были отмечены Государственной премией Украины в области науки и техники (2005 г.), премией им. Н.Н. Крылова НАН Украины (2002 г.), другими наградами и отличиями.

Высокие профессиональные качества Ю.А. Аминова в сочетании с его принципиальностью и доброжелательностью принесли ему заслуженное уважение и авторитет среди коллег и научной общественности.

Мы желаем Юрию Ахметовичу крепкого здоровья, долгой и активной творческой жизни, новых научных достижений и талантливых учеников.

*А.А. Борисенко, В.А. Горькавый, В.И. Дискант,  
И.Х. Сабитов, А.Т. Фоменко, В.Т. Фоменко*