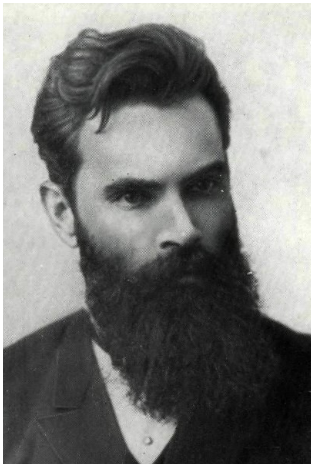
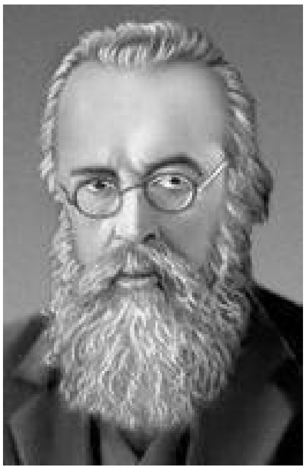
Із історії Харківського математичного товариства

27 листопада 2018 року виповнилося 100 років з дня заснування Національної академії наук України. У зв'язку з цією знаменною датою редколегія публікує низку матеріалів, присвячених видатним математикам, які жили та працювали в Харкові і діяльність яких була пов'язана з академією. Ми починаємо з публікації доповіді, яку Наум Ілліч Ахієзер підготував до 175-річчя Харківського університету в 1980 році. Доповідь присвячено Олександру Михайловичу Ляпунову, Володимиру Андрійовичу Стеклову та Сергію Натановичу Бернштейну. Хоча О.М. Ляпунов не був членом академії, без нього неможливо уявити собі математику в Харкові. Текст доповіді Н.І. Ахієзера надано редколегії Д.Н. Ахієзером.

Редколегія

Доклад Наума Ильича Ахиезера к 175-летию Харьковского университета


А.М. Ляпунов


В.А. Стеклов


С.Н. Бернштейн

На протяжении нескольких десятилетий математику в Харьковском университете представляли такие корифеи нашей науки, как А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов и С.Н. Бернштейн. Будучи учеником Чебышева и воспитанником Петербургского университета, Ляпунов перенес в Харьков традиции знаменитой петербургской школы. К этой школе принадлежит также Д.Л. Граве, несколько лет проработавший в Харькове, а затем перешедший в Киевский университет. Там я учился у него в бытность мою студентом. Передо мною лежит докторская диссертация С.Н. Бернштейна, сто лет со дня рождения которого исполнилось 6 марта с.г. Я бережно храню этот бесценный дар моего незабвенного учителя и друга. Вы видите имена его оппонентов. Это Э. Пикар, А. Пуанкаре и Ж. Адамар. Здесь же имя декана Парижского факультета наук П. Аппеля. А когда Бернштейн был избран членом-корреспондентом Парижской Академии наук, то он занял место, которое освободилось после смерти Миттаг-Леффлера. Благодаря Бернштейну харьковские математики рано приобщились к новым направлениям в теории функций. Несомненно, было что-то особенное в традициях университета и специфике общества, если удаленный от столицы и несколько провинциальный Харьков неизменно привлекал талантливых людей всех специальностей, навсегда сохранивших о нем добрую память и считавших, подобно Ляпунову и Бернштейну, харьковский период самым счастливым в своей жизни.

Ляпунов переехал в Харьков из Петербурга в 1885 году, ему тогда было 28 лет. Незадолго до этого он защитил диссертацию на степень магистра прикладной математики. Ее название: “Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости”. В то время 22-летний Стеклов был студентом 3-го курса Харьковского университета. В одном из своих очерков он вспоминает первые шаги профессорской деятельности Ляпунова.“Тогдашние студенты Харьковского университета, — пишет Стеклов, — не отличались тихим нравом”. Думая, что новый профессор, приехавший из Петербурга, есть жалкая посредственность из деляновских креатур, они отправились почти всем курсом на лекцию далеко не из чистого любопытства. Нового профессора представил уважаемый старый декан профессор Леваковский. По уходе декана молодой профессор, почти ровесник некоторых студентов, начал волнующимся голосом читать вместо курса динамики системы уже ранее прослушанный студентами курс динамики точки. Силой своего обаяния Ляпунов в течение часа покорил враждебно настроенную аудиторию. В первые годы жизни в Харькове ученая деятельность Ляпунова прекратилась, так как он готовил курсы и составлял конспекты для студентов. Но уже в 1892 году он публикует свою замечательную работу “Общая задача об устойчивости движения”, которая послужила докторской диссертацией. Защита состоялась в сентябре 1892 года в Московском университете и оппонентами были Н.Е. Жуковский и В.Б. Млодзеевский. Это сочинение Ляпунова доставило ему всемирную известность первоклассного математика и до настоящего времени остается актуальным. Оно многократно переиздавалось, а также переводилось за границей. Этой и некоторыми дальнейшими работами Ляпунов параллельно с Пуанкаре заложил основы качественных методов в теории дифференциальных уравнений. После оптимизма аналитиков 18 века, считавших неограниченными возможности классического анализа, к середине 19 века наступило серьезное разочарование. Ни задача о вращении твердого тела вокруг неподвижного центра, ни задача трех тел и тем более n тел, несмотря на все усилия, не поддавались решению с помощью конечного числа аналитических операций. Обнаружилась ясная необходимость нового подхода, в котором целью должно было стать не точное аналитическое решение, а качественные описания и построение методов количественных приближений. Вот эти новые подходы и были даны Пуанкаре и Ляпуновым.

В 1901 году Ляпунов был избран ординарным академиком по кафедре прикладной математики, которая оставалась вакантной в течение 7 лет со дня смерти Чебышева, и весной 1902 года переехал в Петербург после 17 лет работы в Харьковском университете. Он оставил преподавание и уже не возвращался более к тематике харьковского периода, а все свое время посвятил проблеме, с которой по совету Чебышева начал свою научную деятельность. В этой проблеме речь шла о существовании фигур равновесия, близких к эллипсоидальным. Чебышев предлагал свою задачу Софье Ковалевской и Золотареву, но они на это предложение не откликнулись. Пятнадцать лет работы над этой проблемой увенчались полным успехом. В академическом собрании сочинений Ляпунова изложение результатов занимает три тома. 3 ноября 1918 года жизнь великого ученого и мыслителя оборвалась.

Но возвратимся к Харьковскому университету. Под влиянием Ляпунова среди его сотрудников возник большой интерес к математической физике. Главным образом к вопросам о разложении в ряды по фундаментальным функциям и теории потенциала. Ляпунов обратил внимание на ряд существенных пробелов в доказательствах принципиальных теорем. Получая результат нестрогим путем, Пуанкаре говорил: “В механике нельзя требовать такой же строгости, как в чистом анализе”. Ляпунов же писал: “Непозволительно пользоваться сомнительными суждениями, коль скоро мы решаем определенную задачу, будь то задача механики или физики — все равно, если она поставлена совершенно определенно с точки зрения математики. Она становится тогда задачей чистого анализа и должна трактоваться как таковая”. Этим принципом своего учителя руководствовался и Стеклов, когда он под влиянием Ляпунова занялся краевыми проблемами теории потенциала. Он дал безупречные доказательства теорем существования, разработал конструктивные методы, дал строгое обоснование метода Фурье. Эту огромную работу Стеклов выполнил при помощи средств, которыми располагал анализ XIX века. Позже теория интегральных уравнений по-новому осветила построения Стеклова и еще более подчеркнула те трудности, которые Стеклов преодолел. Первая работа Стеклова из этого цикла появилась в 1896 году. Она посвящена обоснованию метода Фурье и результатов Штурма–Лиувилля. Фундаментальным трудом является докторская диссертация “Общие методы решения основных задач математической физики” (Харьков, 1901, с. 291). В дальнейшем Стеклов не оставлял этой тематики и даже за три года до его смерти Академией наук издана замечательная двухтомная монография Стеклова “Основные задачи математической физики”, в которой изложение удовлетворяет всем современным требованиям математической строгости. Однако остановимся еще на докторской диссертации. В записках Харьковского университета за 1903 год напечатан отзыв Ляпунова о сочинении Стеклова. Этот отзыв освещает состояние вопросов к началу исследований Стеклова, задачи и трудности, стоявшие перед диссертантом, постепенное их решение, например, такое видоизменение метода Робэна, при котором его сходимость доказывается независимо от предварительного допущения возможности задачи. Особое внимание Ляпунов уделяет пятой главе диссертации, которая посвящена обобщению шаровых функций, названных по предложению Пуанкаре фундаментальными. Пуанкаре не доказал существования указанных им функций и лишь в общих чертах наметил план, по которому должна быть построена их теория. Стеклов встретился с подобными функциями еще в 1895 году. Обобщив их в диссертации определенным образом, он пришел к другому определению и построил теорию, которую высоко оценил Ляпунов. Мне кажется, что отзыв Ляпунова представляет значительный интерес и для современного читателя.

После отъезда Ляпунова из Харькова Стеклов заменил его на кафедре прикладной математики и возглавлял эту кафедру до 1906 года, когда был избран профессором Петербургского университета и переселился в столицу. После этого его избрала своим членом Академия наук, где с 1919 года на посту вице-президента Стеклов провел большую и всем хорошо известную работу по перестройке учреждений Академии наук.

На смену Стеклову по кафедре прикладной математики пришел С.Н. Бернштейн. Он получил образование в Париже, а затем два сезона провел в Геттингене. Его первой печатной работой была заметка в докладах Парижской Академии наук за 1903 год, которая сразу обратила на себя внимание. Напомним, что незадолго до того в Париже состоялся международный математический конгресс, на котором с программным докладом выступил Гильберт. Недавно вышли новым изданием знаменитые проблемы Гильберта, о которых великий математик докладывал на конгрессе. Сообщение о решении им 19-й проблемы и было упомянутой первой научной статьей Бернштейна. 19-я проблема касается регулярных аналитических двумерных задач вариационного исчисления. Своей 19-й проблемой Гильберт предугадал, что всякое решение уравнения Лагранжа, принадлежащего функционалу упомянутой вариационной задачи, аналитично. Здесь речь идет не о краевой задаче, а о локальном свойстве экстремалей. Бернштейн доказал, что утверждение Гильберта наверно справедливо, если решение трижды непрерывно дифференцируемо. Позже он несколько ослабил это требование. Но лишь лет тридцать тому назад Л. Ниренбергу удалось полностью освободиться от лишнего требования, так что результат верен уже при двукратной дифференцируемости решения. Однако нужно заметить, что Бернштейн доказал гипотезу Гильберта не только для уравнения вариационного исчисления, каковое является всегда квазилинейным, но и для любого нелинейного аналитического уравнения, если на рассматриваемом его решении уравнение имеет эллиптический тип. Эти результаты в подробном изложении и составили содержание упомянутой выше диссертации Бернштейна, защищенной в Париже для получения степени.

Замечателен метод, которым эта теорема была доказана. Сам Бернштейн пишет, что он получил свое доказательство, “дополнив и надлежащим образом изменив метод последовательных приближений Пикара”. При этом задача сводилась к вспомогательному уравнению Пуассона на плоскости с правой частью, зависящей от независимых переменных неизвестной функции и ее производных первых двух порядков. Допустив, что 1-ое приближение известно и подставлено в правую часть, нужно было получить оценку самого решения и его первых двух производных для n-го приближения. Это была задача об априорных оценках. При этом для оценок необходимо было ввести нормы таким образом, чтобы с их помощью обнаруживался аналитический характер функций. Нормы, которые Бернштейн построил, получили название бернштейновских норм. Спустя двадцать лет Радо ввел их аксиоматически и проверил, что его набору аксиом удовлетворяют выражения, построенные Бернштейном. Большой знаток функционального анализа, покойный профессор Плеснер считал эти нормы и основанные на их применении построения важным элементом нелинейного функционального анализа будущего. Позже Бернштейн решил также 20-ую проблему Гильберта, в которой речь идет о возможности краевой задачи Дирихле для нелинейных уравнений эллиптического типа. Довольно просто формулируется полученный им результат для эллиптических квазилинейных уравнений. При этом уравнение, кривая, являющаяся носителем краевых данных, и сами краевые данные предполагаются аналитическими. Достаточным условием разрешимости задачи Дирихле является существование априорных оценок для неизвестной функции и ее производных первого порядка в замкнутой области, где ищется решение. По определению априорные оценки зависят лишь от уравнения, контура и значений искомой функции на контуре. При этом сами оценки не используются, а нужно лишь знать, что они существуют. Чтобы установить существование априорных оценок, используется метод так называемых вспомогательных функций, разработанный Бернштейном, затем обобщенный принцип максимума и, наконец, одна геометрическая лемма, касающаяся поверхностей обобщенной отрицательной кривизны. Сформулированное достаточное условие удобно для краткости назвать принципом Бернштейна. Он довольно трудно доказывается, но зато часто легок в применениях. Например, с его помощью очень просто доказывается разрешимость знаменитой проблемы Плато в непараметрической форме: “Если проекцией пространственной кривой на плоскость x, y является выпуклая аналитическая кривая, то через эту пространственную кривую можно провести минимальную поверхность”. (Она, конечно, единственна и аналитична). Приведу еще один геометрический факт, который мне представляется любопытным, так как элементарный путь к его доказательству не виден. Вот его формулировка: через эллипс с полуосями a, b $(a > b)$ всегда можно провести поверхность постоянной средней кривизны $k > 0$, если

$$2k < b\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right).$$

Классики науки, о которых я осмелился здесь говорить, определили развитие математики 20-го столетия также в теории функций и теории вероятностей. Но я выбрал теорию дифференциальных уравнений и не только из-за исключительной важности этой прекрасной дисциплины. Посудите сами: качественные методы и устойчивость, линейные краевые проблемы и спектральный анализ, нелинейный анализ и вариационное исчисление. Да это же почти весь фундамент. Ведь не будет большим преувеличением, если я скажу, что в колодце прошлого каждого из разделов современной теории дифференциальных уравнений на какой-то не очень большой глубине всегда найдется что-то принадлежащее нашим великим учителям, которым я посвятил свое выступление.